



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE LA REGIÓN CARBONÍFERA

Reporte de investigación

Análisis estático en una viga tubular empleando Solidworks

M.C. Victoriano De Luna Flores, M.C. Oscar Hernández Ibarra, Ing. Elsa L. Pérez Castro

INDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	2
2. OBJETIVOS.....	3
3. JUSTIFICACIÓN	3
4. MARCO TEÓRICO	4
4.1. Tipos de vigas, cargas y reacciones.....	4
4.2. Tipos de cargas	6
4.3. Reacciones.....	6
4.4. Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.....	10
5. METODO	16
6. ANÁLISIS ESTÁTICO DE UNA VIGA TUBULAR	17
7. RESULTADOS	18
8. CONCLUSIONES.....	20
9. BIBLIOGRAFIA.....	21

1. INTRODUCCIÓN

Las vigas son elementos estructurales que soportan cargas aplicadas en varios puntos a lo largo del elemento. Las vigas son comúnmente elementos prismáticos largos y rectos. Las vigas de acero y de aluminio juegan un papel importante tanto en la ingeniería estructural como en la mecánica. Las vigas de madera se emplean, sobre todo, en la construcción residencial. En la mayor parte de los casos, las cargas son perpendiculares al eje de la viga. Tales cargas transversales sólo causan flexión y corte en la viga. Cuando las cargas no se encuentran en ángulo recto con la viga, también producen cargas axiales en ella.

Solidworks Simulation es una herramienta de validación de diseño que permite simular el comportamiento de piezas y ensamblajes mediante la aplicación del Análisis por Elemento Finitos.

Mediante la utilización de Solidworks Simulation es posible calcular el comportamiento mecánico de vigas y estructuras metálicas formadas por miembros estructurales de forma rápida en un Estudio Estático.

Su aplicación permite obtener diagramas de vigas mediante la definición de cargas, sujeciones y la definición de juntas para obtener diagramas de corte y de momento además de ver las tensiones de flexión.

2. OBJETIVOS

Identificar las vigas según el tipo de apoyo y carga.

Analizar los esfuerzos y deflexiones en vigas sometidas a cargas.

Conocer cómo se elaboran los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

Describir las relaciones entre deflexión, momento flexionante, fuerza cortante y carga distribuida en la elaboración de diagramas.

Aplicar análisis estático en una viga tubular mediante Solidworks Simulation.

3. JUSTIFICACIÓN

Mediante la Ingeniería Asistida por Computadora, se puede modelar casi cualquier pieza o sistema con una precisión prácticamente real. Ayudándose del Análisis por Elementos Finitos, se puede no solo visualizar el modelo sino prever su comportamiento bajo unas condiciones reales de trabajo, sin necesidad de fabricar prototipos.

Mediante el análisis estático de vigas, se puede simular los desplazamientos, las fuerzas de reacción, las tensiones y las deformaciones unitarias que se producen en su modelo tridimensional bajo unas condiciones de contorno previamente definidas.

El análisis estático nos puede ayudar a identificar si nuestro modelo cumplirá con los requisitos para los que será fabricado, evitando gastos innecesarios y mejorando sus propiedades.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Tipos de vigas, cargas y reacciones

Las vigas se describen por la manera en que están apoyadas. Por ejemplo, una viga con un apoyo articulado en un extremo y un apoyo de rodillo en el otro (figura 1a) se denomina viga simplemente apoyada o viga simple.

La característica esencial de un apoyo articulado es que evita la translación en el extremo de una viga pero no evita su rotación. De esta manera, el extremo A de la viga de la figura 1a no puede moverse horizontal o verticalmente pero el eje de la viga puede girar en el plano de la figura. En consecuencia, un apoyo articulado es capaz de desarrollar una fuerza de reacción con componentes tanto horizontal como vertical (H_A y R_A), pero no puede desarrollar una reacción de momento.

En el extremo B de la viga (figura 1a) el apoyo de rodillo evita la translación en la dirección vertical pero no en la dirección horizontal; de aquí que este apoyo puede resistir una fuerza vertical (R_B) pero no una fuerza horizontal. Por supuesto, el eje de la viga puede girar en B y en A . Las reacciones verticales en los apoyos de rodillo y en los apoyos articulados pueden actuar hacia arriba o hacia abajo y la reacción horizontal en el apoyo articulado puede actuar hacia la izquierda o hacia la derecha. En las figuras las reacciones se indican por líneas que atraviesan las flechas a fin de distinguirlas de las cargas.

La viga que se muestra en la figura 1b, que está fija en un extremo y libre en el otro, se denomina viga en voladizo. En el apoyo fijo (o apoyo empotrado) la viga no puede trasladarse ni girar, en tanto que en el extremo libre puede hacer ambas cosas. En consecuencia, en el apoyo empotrado pueden existir tanto reacciones de fuerza como de momento.

El tercer ejemplo en la figura es una viga con un voladizo (figura 1c). Esta viga está simplemente apoyada en los puntos A y B (es decir, tiene un apoyo articulado en A y un apoyo de rodillo en B) pero también se proyecta más allá del apoyo en B . El segmento BC en saliente es similar a una viga en voladizo excepto que el eje de la viga puede girar en el punto B .

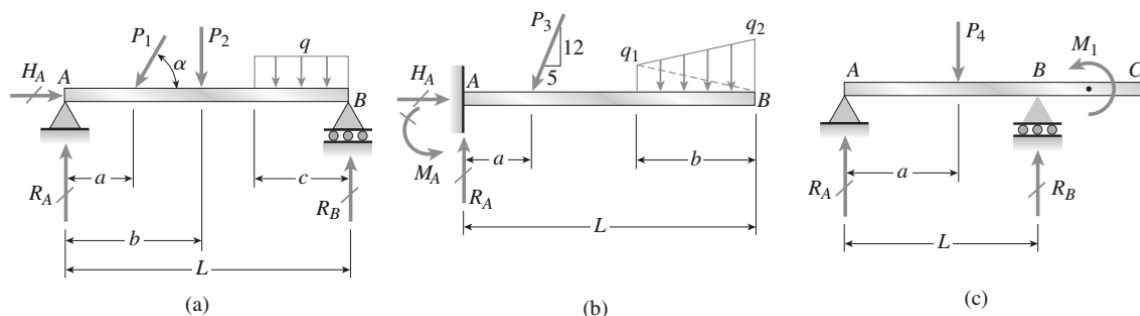


FIGURA 1 Tipos de vigas: (a) simple, (b) en voladizo y (c) viga con voladizo.

Al dibujar diagramas de vigas, identificamos los apoyos mediante símbolos convencionales, como los que se muestran en la figura 1. Estos símbolos indican la forma en que la viga está restringida y, por tanto, también muestran la naturaleza de las fuerzas y los momentos

reactivos. Sin embargo, los símbolos no representan la construcción física real. Por ejemplo, considere los ejemplos que se muestran en la figura 2. En la parte (a) de la figura se muestra un viga de patín ancho apoyada sobre un muro de concreto y sujeta por pernos de anclaje que pasan por agujeros ovalados en el patín inferior de la viga. Esta conexión restringe la viga contra un movimiento vertical (hacia arriba o abajo) pero no evita el movimiento horizontal. Además, cualquier restricción contra la rotación del eje longitudinal de la viga es pequeña y por lo general se puede ignorar. En consecuencia, este tipo de apoyo es usual que se represente por un rodillo, como se muestra en la parte (b) de la figura.

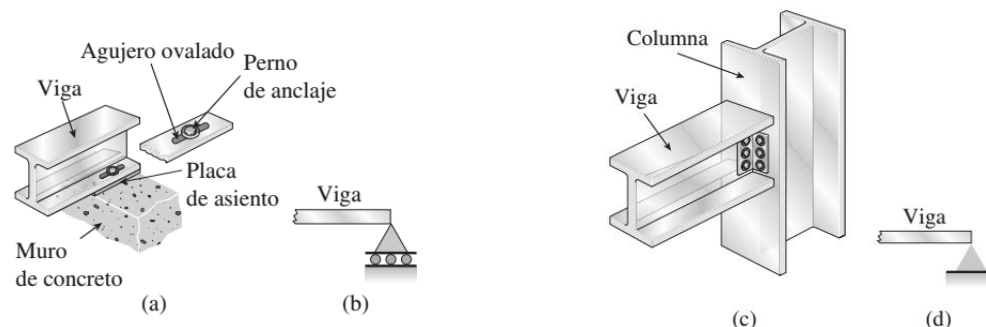


FIGURA 2 Viga apoyada sobre un muro: (a) construcción real y (b) representación como un apoyo de rodillo. Conexión de viga a columna: (c) construcción real y (d) representación como un apoyo articulado.

El segundo ejemplo (figura 2c) es una conexión de viga a columna en donde la primera está conectada al patín de la segunda mediante ángulos con pernos. Este tipo de apoyo usualmente se supone que restringe la viga contra el movimiento horizontal y vertical pero no contra la rotación (la restricción contra la rotación es ligera debido a que tanto los ángulos de conexión, como la columna pueden flexionarse). Por tanto, esta conexión por lo general se representa como un apoyo articulado para la viga (figura 2d).

El último ejemplo (figura 3e) es un poste metálico soldado a una placa base que está anclada a un pilar de concreto empotrado profundo en el suelo. Como la base del poste está completamente restringida contra la traslación y la rotación, se representa como un apoyo fijo (figura 3f).

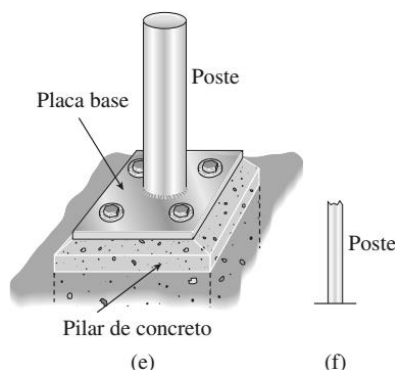


FIGURA 3 Poste anclado a un pilar de concreto: (e) construcción real y (f) representación como un apoyo fijo.

La tarea de representar una estructura real mediante un modelo idealizado, es un aspecto importante del trabajo en ingeniería. El modelo debe ser lo suficientemente simple para

facilitar el análisis matemático y, sin embargo, lo suficientemente complejo para representar el comportamiento real de la estructura con una precisión razonable. Por supuesto, cada modelo es una aproximación del estado natural. Por ejemplo, los apoyos reales de una viga nunca son perfectamente rígidos y, por tanto, siempre habrá una cantidad pequeña de translación en un apoyo articulado y una cantidad pequeña de rotación en un apoyo fijo. Además, los apoyos nunca están completamente libres de fricción y, por consiguiente, siempre habrá una cantidad pequeña de restricción contra la translación en un apoyo de rodillo.

4.2. Tipos de cargas

En la figura 1 se ilustran varios tipos de cargas que actúan sobre vigas. Cuando una carga se aplica sobre un área muy pequeña se puede idealizar como una carga concentrada, que es una fuerza individual. En la figura los ejemplos son las cargas P_1 , P_2 , P_3 y P_4 . Cuando una carga se reparte a lo largo del eje de la viga, se representa como una carga distribuida, como la carga q en la parte (a) de la figura. Las cargas distribuidas se miden por su intensidad, que se expresa en unidades de fuerza por unidad de distancia (por ejemplo, Newton por metro o libras por pie). Una carga distribuida uniformemente o carga uniforme, tiene una intensidad constante q por unidad de distancia (figura 1a). Una carga variable tiene una intensidad que cambia con la distancia a lo largo del eje de la viga; por ejemplo, la carga linealmente variable de la figura 1b tiene una intensidad que varía linealmente de q_1 a q_2 . Otro tipo de carga es un par, ilustrado por el par de momento M_1 que actúa sobre la viga con saliente (figura 1c).

En este estudio suponemos que las cargas actúan en el plano de la figura, lo que significa que todas las fuerzas deben tener sus vectores en dicho plano, y todos los pares deben tener sus vectores momento perpendiculares al plano de la figura. Además, la viga misma debe ser simétrica con respecto a ese plano, lo que significa que cada sección transversal de la viga debe tener un eje de simetría vertical. En estas condiciones, la viga se flexionará sólo en el plano de flexión (el plano de la figura).

4.3. Reacciones

Por lo general la determinación de las reacciones es el primer paso en el análisis de una viga. Una vez que se conocen las reacciones, se pueden determinar las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes. Si una viga está apoyada de una manera estáticamente determinada, todas las reacciones se pueden encontrar a partir de diagramas de cuerpo libre y mediante ecuaciones de equilibrio.

Como ejemplo, determinemos las reacciones de la viga simple AB de la figura 1a. Esta viga está cargada por una fuerza inclinada P_1 , una fuerza vertical P_2 y una carga uniformemente distribuida con intensidad q . Iniciamos observando que la viga tiene tres reacciones desconocidas: una fuerza horizontal H_A en el apoyo articulado, una fuerza vertical R_A en el apoyo articulado y una fuerza vertical R_B en el apoyo de rodillo. Para una estructura planar, como esta viga, sabemos de la estática que podemos escribir tres ecuaciones

independientes de equilibrio. Por tanto, como hay tres reacciones desconocidas y tres ecuaciones, la viga es estáticamente determinada.

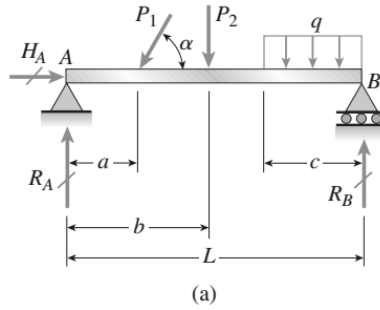


FIGURA 1a Viga simple. (Repetida.)

La ecuación del equilibrio horizontal es

$$\sum F_{horiz} = 0$$

$$H_A - P_1 \cos \alpha = 0$$

de donde obtenemos

$$H_A = P_1 \cos \alpha$$

Este resultado es tan obvio a partir de una inspección de la viga que por lo general no nos molestaríamos escribiendo la ecuación de equilibrio.

Para encontrar las reacciones verticales R_A y R_B escribimos ecuaciones de equilibrio de momentos con respecto a los puntos B y A , respectivamente, tomando como positivos los momentos en sentido contrario al de las manecillas del reloj:

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_A L + (P_1 \sin \alpha)(L - a) + P_2(L - b) + \frac{qc^2}{2} = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B L - (P_1 \sin \alpha)(a) - P_2 b - qc \left(L - \frac{c}{2} \right) = 0$$

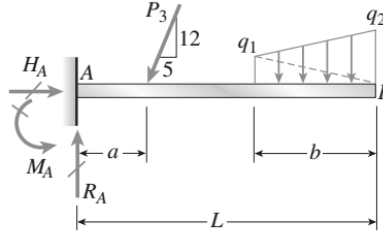
Despejando R_A y R_B , obtenemos

$$R_A = \frac{(P_1 \sin \alpha)(L - a)}{L} + \frac{P_2(L - b)}{L} + \frac{qc^2}{2L}$$

$$R_B = \frac{(P_1 \sin \alpha)(a)}{L} + \frac{P_2 b}{L} + \frac{qc(L - c/2)}{L}$$

Como verificación de estos resultados podemos escribir una ecuación de equilibrio en la dirección vertical y verificar si se reduce a una identidad.

Como segundo ejemplo, considere la viga en voladizo de la figura 1b. Las cargas consisten en una fuerza inclinada P_3 y una carga variable linealmente distribuida. La última está representada por un diagrama trapezoidal con intensidad de carga que varía de q_1 a q_2 .



(b)

FIGURA 1b Viga en voladizo. (Repetida.)

Las reacciones en el apoyo fijo (empotramiento) son una fuerza horizontal H_A , una fuerza vertical R_A y un par M_A . Del equilibrio de fuerzas en la dirección horizontal se obtiene

$$H_A = \frac{5P_3}{13}$$

y del equilibrio en la dirección vertical,

$$R_A = \frac{12P_3}{13} + \left(\frac{q_1 + q_2}{2} \right) b$$

Al determinar esta reacción partimos del hecho de que la resultante de la carga distribuida es igual al área del diagrama trapezoidal de carga. La reacción de momento M_A en el apoyo fijo se determina con una ecuación de equilibrio de momentos. En este ejemplo sumaremos momentos con respecto al punto A con la finalidad de eliminar H_A y R_A de la ecuación de momento. Además, con el fin de encontrar el momento de la carga distribuida, dividiremos el trapecio en dos triángulos, como se muestra mediante la línea discontinua en la figura 1b. Cada triángulo de carga se puede remplazar con su resultante, que es una fuerza con magnitud igual al área del triángulo y con su línea de acción a través del centroide del triángulo. De esta manera, el momento con respecto al punto A de la parte triangular inferior de la carga es

$$\left(\frac{q_1 b}{2} \right) \left(L - \frac{2b}{3} \right)$$

en donde $\frac{q_1 b}{2}$ es la fuerza resultante (igual al área del diagrama triangular de carga) y $L - \frac{2b}{3}$ es el brazo de momento (respecto al punto A) de la resultante.

El momento de la parte triangular superior de la carga se obtiene mediante un procedimiento similar y la ecuación final del equilibrio de momentos (positivos en sentido contrario al de las manecillas del reloj) es

$$\sum M_A = 0$$

$$M_A - \left(\frac{12P_3}{13}\right)a - \frac{q_1 b}{2}\left(L - \frac{2b}{3}\right) - \frac{q_2 b}{2}\left(L - \frac{b}{3}\right) = 0$$

de donde

$$M_A = \left(\frac{12P_3}{13}\right)a + \frac{q_1 b}{2}\left(L - \frac{2b}{3}\right) + \frac{q_2 b}{2}\left(L - \frac{b}{3}\right)$$

Como esta ecuación da un resultado positivo, el momento reactivo M_A actúa en el sentido supuesto, es decir, contrario al de las manecillas del reloj. (Las expresiones para R_A y M_A se pueden verificar tomando momentos con respecto al extremo B de la viga y verificando si la ecuación resultante de equilibrio se reduce a una identidad.)

La viga con un voladizo (figura 1c) soporta una fuerza vertical P_4 y un par de momento M_1 . Como no hay fuerzas horizontales actuando sobre la viga, la reacción horizontal en el apoyo articulado no existe y no necesitamos mostrarla en el diagrama de cuerpo libre. Al llegar a esta conclusión, empleamos la ecuación de equilibrio para fuerzas en la dirección horizontal. En consecuencia, sólo permanecen dos ecuaciones independientes de equilibrio, ya sean dos ecuaciones de momento o una ecuación de momento más la ecuación para el equilibrio vertical.

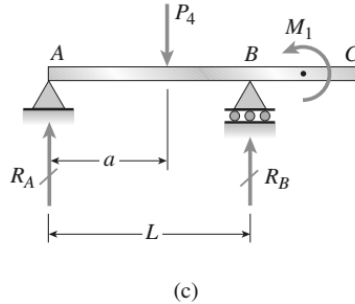


FIGURA 1c Viga con un voladizo. (Repetida.)

Al escribir dos ecuaciones de momento, la primera para momentos con respecto al punto B y la segunda para momentos con respecto al punto A , como sigue (los momentos son positivos en sentido contrario al de las manecillas del reloj):

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_A L + P_4(L - a) + M_1 = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-P_4 a + R_B L + M_1 = 0$$

Por tanto, las reacciones son

$$R_A = \frac{P_4(L - a)}{L} + \frac{M_1}{L}$$

$$R_B = \frac{P_4 a}{L} - \frac{M_1}{L}$$

Una vez más, la suma de fuerzas en la dirección vertical proporciona una verificación de estos resultados.

4.4. Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante

Al diseñar una viga, por lo general necesitamos saber cómo varían las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes en toda su longitud. De importancia especial son los valores máximos y mínimos de estas cantidades. La información de este tipo se suele obtener de gráficas en las que la fuerza cortante y el momento flexionante están trazados como ordenadas, y la distancia x a lo largo del eje de la viga como abscisa. A estas gráficas se les denomina diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante.

Para tener una idea clara de estos diagramas, explicaremos con detalle cómo se elaboran e interpretan para tres condiciones básicas de carga: una sola carga concentrada, una carga uniforme y varias cargas concentradas.

Carga concentrada

Comencemos con una viga simple AB que soporta una carga concentrada P (figura 4a). La carga P actúa a una distancia a del apoyo izquierdo y a una distancia b del apoyo derecho. Considerando toda la viga como un cuerpo libre, con facilidad podemos determinar las reacciones de la viga a partir de su equilibrio; los resultados son:

$$R_A = \frac{Pb}{L}$$

$$R_B = \frac{Pa}{L}$$

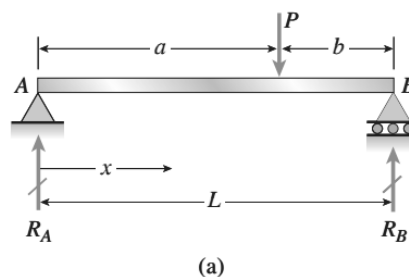


Figura 4a Viga simple con carga concentrada

Ahora cortamos la viga en una sección transversal a la izquierda de la carga P y a una distancia x del apoyo en A. Luego dibujamos un diagrama de cuerpo libre de la parte

izquierda de la viga (figura 4b). De las ecuaciones de equilibrio para este cuerpo libre obtenemos la fuerza cortante V y el momento flexionante M a una distancia x del apoyo:

$$V = R_A = \frac{Pb}{L} \quad M = R_A x = \frac{Pbx}{L} \quad (0 < x < a)$$

Estas expresiones son válidas sólo para la parte de la viga a la izquierda de la carga P .

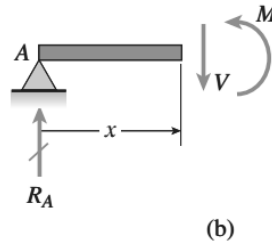


Figura 4b Diagrama de cuerpo libre a la izquierda de la carga P

Enseguida cortamos a través de la viga a la derecha de la carga P (es decir, en la región $a < x < L$) y de nuevo dibujamos un diagrama de cuerpo libre de la parte izquierda de la viga (figura 4c). De las ecuaciones de equilibrio para este cuerpo libre obtenemos las siguientes expresiones para la fuerza cortante y el momento flexionante:

$$V = R_A - P = \frac{Pb}{L} - P = -\frac{Pa}{L} \quad (a < x < L)$$

$$\begin{aligned} M &= R_A x - P(x - a) = \frac{Pbx}{L} - P(x - a) \\ &= \frac{Pa}{L}(L - x) \quad (a < x < L) \end{aligned}$$

Observe que estas expresiones sólo son válidas para la parte derecha de la viga.

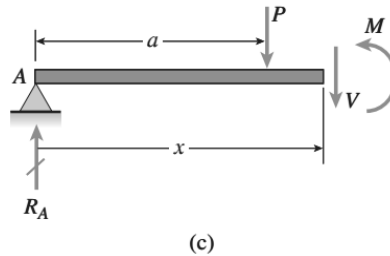


Figura 4c Diagrama de cuerpo libre de la parte izquierda de la viga

Las ecuaciones para las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes se indican debajo de los dibujos de la viga. La figura 4d es el diagrama de fuerza cortante y la figura 4e es el diagrama de momento flexionante.

En el primer diagrama observamos que la fuerza cortante en el extremo A de la viga ($x = 0$) es igual a la reacción R_A . Luego permanece constante hasta el punto de aplicación de la carga P . En ese punto la fuerza cortante disminuye abruptamente en una cantidad igual a la carga P . En la parte derecha de la viga la fuerza cortante de nuevo es constante pero numéricamente igual a la reacción en B.

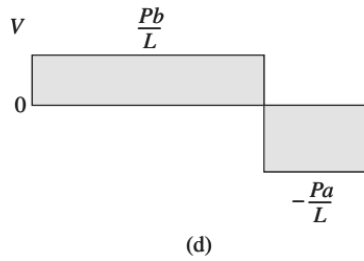


Figura 4d Diagrama de fuerza cortante para una viga simple con una carga concentrada

Como se muestra en el segundo diagrama, el momento flexionante en la parte izquierda de la viga aumenta linealmente desde cero en el apoyo hasta Pab/L en la carga concentrada ($x = a$). En la parte derecha, el momento flexionante de nuevo es una función lineal de x , variando de Pab/L en $x = a$ a cero en el apoyo ($x = L$). Por tanto, el momento flexionante máximo es

$$M_{\text{máx}} = \frac{Pab}{L}$$

y ocurre debajo de la carga concentrada.

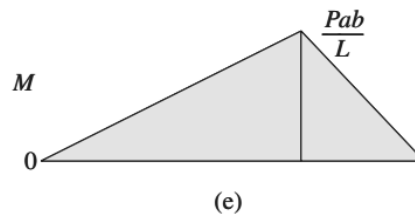


Figura 4e Diagrama de momento flexionante para una viga simple con una carga concentrada

Como ya se mencionó, al diseñar vigas se necesitan los valores máximos y mínimos de las fuerzas cortantes y de los momentos flexionantes. Para una viga simple con una sola carga concentrada, la fuerza cortante máxima ocurre en el extremo de la viga más cercano a la carga concentrada y el momento flexionante se tiene bajo la propia carga.

Carga uniforme

En la figura 5a se muestra una viga simple con una carga uniformemente distribuida con intensidad constante q .

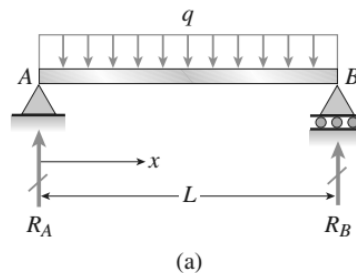


FIGURA 5a Viga simple con carga uniforme

Como la viga y su carga son simétricas, de inmediato observamos que cada una de las reacciones (R_A y R_B) es igual a $qL/2$. Por tanto, la fuerza cortante y el momento flexionante a una distancia x del extremo izquierdo son

$$V = R_A - qx = \frac{qL}{2} - qx$$

$$M = R_A x - qx \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

Estas ecuaciones, que son válidos en toda la longitud de la viga, se trazan como diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante en las figuras 5b y c, respectivamente.

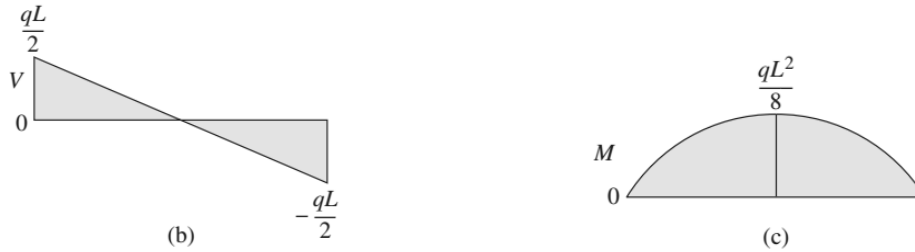


FIGURA 5 Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para una viga simple carga uniforme.

El diagrama de fuerza cortante consiste de una recta inclinada con ordenadas en $x = 0$ y $x = L$ numéricamente iguales a las reacciones. La pendiente de la recta es $-q$. El diagrama de momento flexionante es una curva parabólica que es simétrica con respecto al punto medio de la viga. En cada sección transversal la pendiente del diagrama de momento flexionante es igual a la fuerza cortante:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2} \right) = \frac{qL}{2} - qx = V$$

El valor máximo del momento flexionante se tiene en el punto medio de la viga donde tanto dM/dx como la fuerza cortante V son iguales a cero. Por lo tanto, sustituimos $x = L/2$ en la expresión para M y obtenemos

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{qL^2}{8}$$

como se muestra en el diagrama del momento flexionante.

El diagrama de la intensidad de carga (figura 5a) tiene un área qL y de acuerdo con la ecuación la fuerza cortante V debe disminuir en esta cantidad conforme nos movemos a lo largo de la viga de A a B . Podemos ver que este es en efecto el caso, debido a que la fuerza disminuye de $qL/2$ a $-qL/2$.

El área del diagrama de la fuerza cortante entre $x = 0$ y $x = L/2$ es $qL^2/8$ y observamos que esta área representa el incremento en el momento flexionante entre estos mismos dos puntos. De una manera similar, el momento flexionante disminuye en $qL^2/8$ en la región de $x = L/2$ a $x = L$.

Varias cargas concentradas

Si en una viga simple (figura 6a) actúan varias cargas concentradas, se pueden determinar las expresiones para las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes para cada segmento de la viga entre los puntos de aplicación de las cargas. Empleando de nuevo diagramas de cuerpo libre de la parte izquierda de la viga y midiendo la distancia x desde el extremo A, obtenemos las ecuaciones siguientes para el primer segmento de la viga:

$$V = R_A \quad M = R_A x \quad (0 < x < a_1)$$

Para el segundo segmento, obtenemos

$$V = R_A - P_1 \quad M = R_A x - P_1(x - a_1) \quad (a_1 < x < a_2)$$

Para el tercer segmento de la viga conviene considerar la parte derecha de la misma en lugar de la izquierda, ya que actúan menos cargas sobre el cuerpo libre correspondiente. De aquí, obtenemos

$$V = -R_B + P_3$$

$$M = R_B(L - x) - P_3(L - b_3 - x) \quad (a_2 < x < a_3)$$

Por último, para el cuarto segmento de la viga, obtenemos

$$V = -R_B \quad M = R_B(L - x) \quad (a_3 < x < L)$$

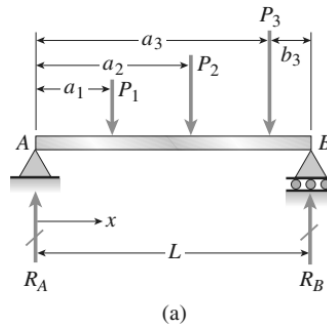


FIGURA 6a Viga simple con varias cargas concentradas

En el diagrama de fuerza cortante observamos que la fuerza cortante no varía en cada segmento de la viga y cambia abruptamente en cada punto de carga, con el valor de cada cambio igual a la carga. Además, el momento flexionante en cada segmento es una función lineal de x y, por tanto, la parte correspondiente del diagrama de momento flexionante es una recta inclinada. Como ayuda para el trazo de estas rectas, obtenemos los momentos flexionantes bajo las cargas concentradas sustituyendo $x = a_1$, $x = a_2$ y $x = a_3$. De esta manera obtenemos los siguientes momentos flexionantes:

$$M_1 = R_A a_1 \quad M_2 = R_A a_2 - P_1(a_2 - a_1) \quad M_3 = R_B b_3$$

Conociendo estos valores se elabora fácilmente el diagrama de momento flexionante conectando los puntos con rectas.

En cada discontinuidad en la fuerza cortante hay un cambio correspondiente en la pendiente dM/dx del diagrama de momento flexionante. Además, el cambio en el momento

flexionante entre dos puntos de carga es igual al área del diagrama de fuerza cortante entre estos mismos dos puntos



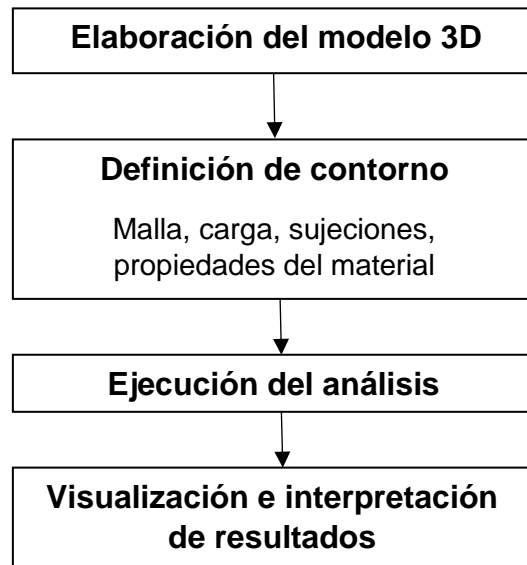
FIGURA 6 Diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para una viga simple con varias cargas concentradas.

El momento flexionante máximo en una viga sólo con cargas concentradas debe ocurrir bajo una de las cargas o en una reacción. Para demostrar esto, recuerde que la pendiente del diagrama de momento flexionante es igual a la fuerza cortante. Por tanto, cuando el momento flexionante tiene un valor máximo o mínimo, la derivada dM/dx (y por tanto la fuerza cortante) debe cambiar de signo. Sin embargo, en una viga sólo con cargas concentradas la fuerza cortante cambia de signo sólo bajo una carga.

Si, a medida que continuamos a lo largo del eje x , la fuerza cortante cambia de positiva a negativa (como en la figura 6b), entonces la pendiente en el diagrama de momento flexionante también cambia de positiva a negativa. Por tanto, debemos tener un momento flexionante máximo en esta sección transversal. A la inversa, un cambio en la fuerza cortante de un valor negativo a uno positivo indica un momento flexionante mínimo. En teoría, el diagrama de fuerza cortante puede intersectar el eje horizontal en varios puntos, aunque esto es muy poco probable. Correspondiendo a cada uno de esos puntos de intersección, hay un máximo o mínimo local en el diagrama de momento flexionante. Los valores de todos los máximos y mínimos locales se deben determinar a fin de encontrar los momentos flexionantes máximos positivos y negativos en una viga.

5. METODO

La aplicación del Análisis Estático de una pieza mediante SolidWorks Simulation se realiza mediante la aplicación de un sistema de ecuaciones lineales de equilibrio en cada uno de los elementos finitos establecidos por el mallado del sólido. El cálculo inicial del Análisis Estático determina los desplazamientos de cada uno de los nodos. A continuación calcula la deformación unitaria y las tensiones para cada uno de los puntos.



Inicialmente se elabora el diseño de la pieza a analizar, posteriormente se debe mallar el modelo, se definen las propiedades mecánicas del material, las restricciones de movimiento y las cargas a las que se desea someter. Después se ejecuta el análisis correspondiente (Análisis Estático) y se visualizan los resultados para su interpretación.

6. ANÁLISIS ESTÁTICO DE UNA VIGA TUBULAR

Una viga tubular ACB con longitud $L = 60 \text{ in}$ está soportada en sus extremos con pasadores y cargada por una fuerza inclinada P en su punto medio (figura 7a). La distancia desde el punto de aplicación de la carga P hasta el eje longitudinal del tubo es $d = 5.5 \text{ in}$. La sección transversal del tubo es cuadrada (figura 7b) con dimensiones exteriores $b = 6.0 \text{ in}$, área $A = 20.0 \text{ in}^2$ y momento de inercia $I = 86.67 \text{ in}^4$.

Determine los esfuerzos, los desplazamientos, así como los diagramas de fuerza cortante, momento flexionante y fuerza axial en la viga debidos a la carga $P = 1000 \text{ lb}$.

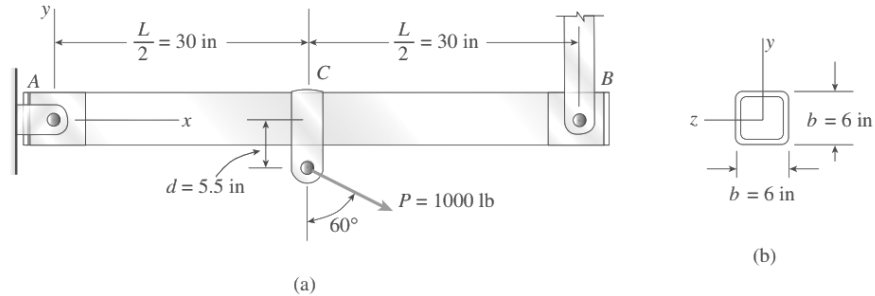


FIGURA 7 Viga tubular sometida a flexión combinada con carga axial.

Para fines de análisis iniciamos representado la viga y su carga en forma idealizada (figura a). Como el apoyo en el extremo A resiste desplazamientos horizontal y vertical, está representado como un soporte de pasador. El soporte en B evita el desplazamiento vertical pero no presenta resistencia al desplazamiento horizontal, por lo que se muestra como un apoyo de rodillo. La carga inclinada P se resuelve en componentes horizontal y vertical P_H y P_V , respectivamente:

$$P_H = P \sin 60^\circ = (1000 \text{ lb})(\sin 60^\circ) = 866 \text{ lb}$$

$$P_V = P \cos 60^\circ = (1000 \text{ lb})(\cos 60^\circ) = 500 \text{ lb}$$

La componente horizontal P_H se desliza hacia el eje de la viga por la adición de un momento M_0 (figura a):

$$M_0 = P_H d = (866 \text{ lb})(5.5 \text{ in}) = 4760 \text{ lb-in}$$

Observe que las cargas P_H , P_V y el momento M_0 que actúan en el punto medio C de la viga son estáticamente equivalentes a la carga original P .

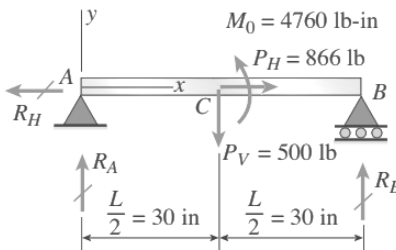


FIGURA 8 Viga y carga idealizada

7. RESULTADOS

Diagrama de tensión axial

Esfuerzos en la viga. El esfuerzo de tensión máximo en la viga ocurre a la izquierda del punto medio de la viga con un valor aproximado de 389.4 psi.

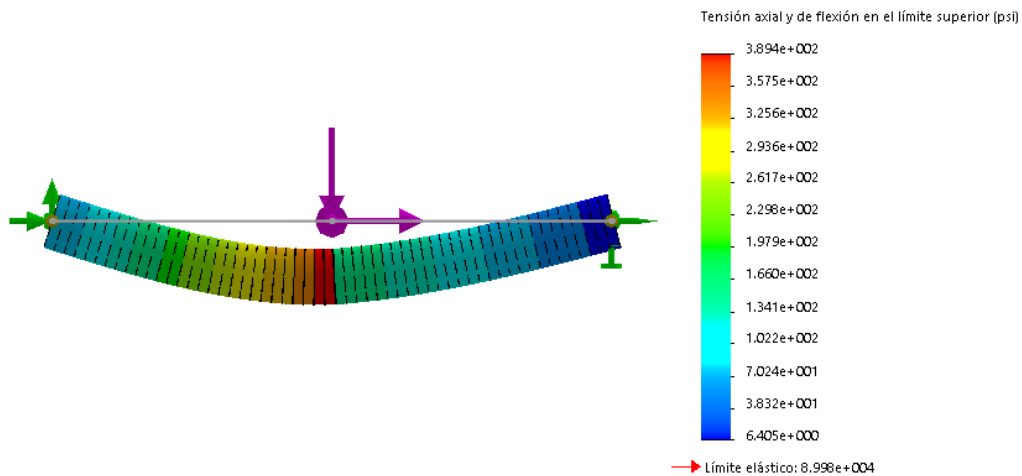


FIGURA 9 Diagrama de tensión axial y de flexión en el límite superior (psi)

Diagrama de desplazamientos

El desplazamiento máximo en la viga tiene un valor aproximado de 9.362×10^{-4} pulgadas y ocurre en la parte coloreada de rojo a la mitad de su longitud.

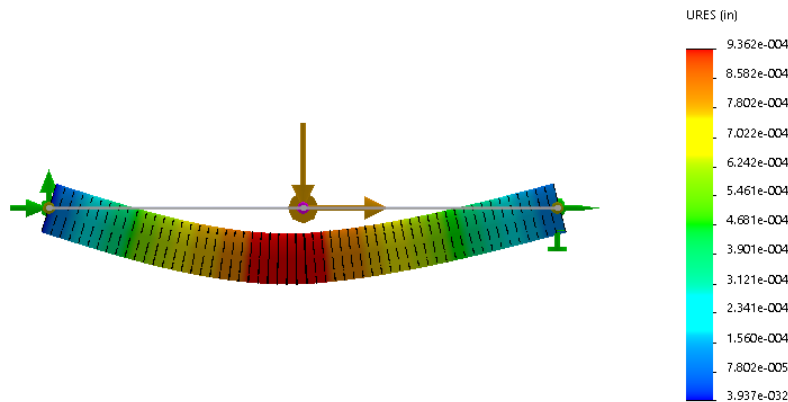


FIGURA 10 Diagrama de desplazamientos (in)

Diagrama de fuerza cortante

Este diagrama muestra que los apoyos de la viga tienen fuerzas de reacción vertical de $R_A = 329.3 \text{ lbf}$ y $R_B = 170.7 \text{ lbf}$ debidos a la carga aplicada $P_V = 500 \text{ lbf}$.

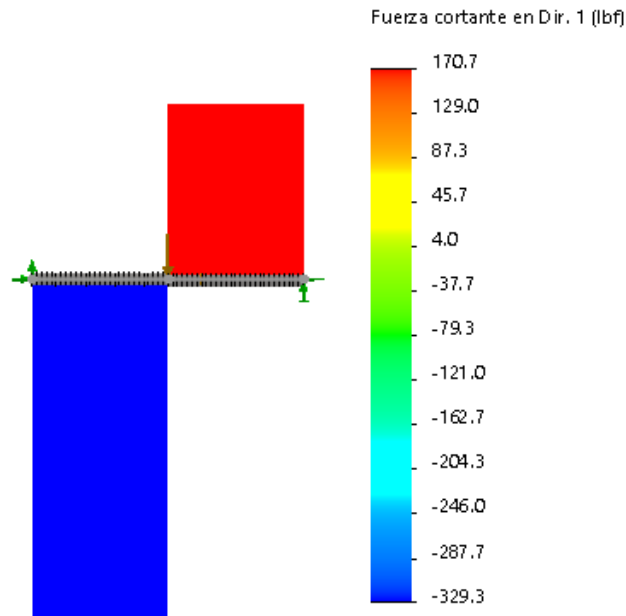


FIGURA 11 Diagrama de fuerza cortante (lb f)

Diagrama de momento flexionante

Este diagrama muestra que el máximo momento en la viga tiene un valor aproximado de $9880 \text{ lb f} \cdot \text{in}$.

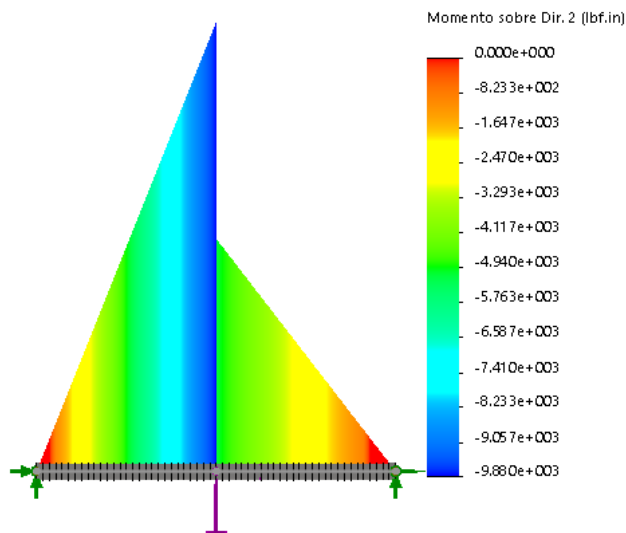


FIGURA 12 Diagrama de momento (lb f in)

Diagrama de fuerza axial

Con ayuda del diagrama de fuerza axial podemos identificar la reacción horizontal sobre el apoyo izquierdo de la viga $R_H = 866 \text{ lbf}$.

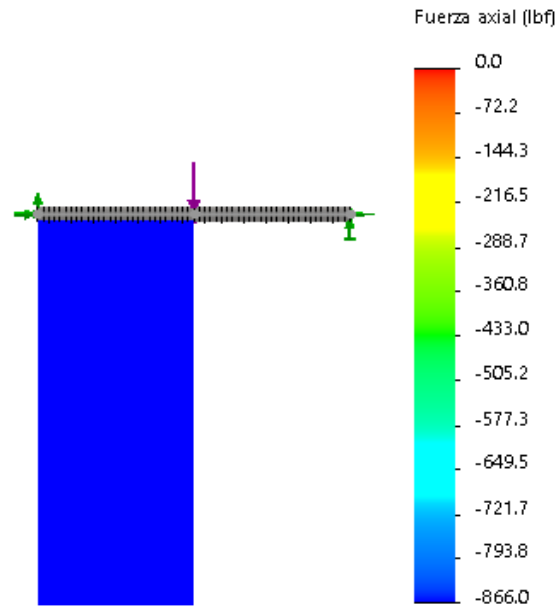


FIGURA 13 Diagrama de fuerza axial (lbf)

8. CONCLUSIONES

El análisis estático mediante Solidworks permite conocer cómo se deforma el modelo de la viga ensayada bajo la acción de cargas y cómo éstas se transmiten a través de la misma. El análisis calcula las tensiones, los desplazamientos, las fuerzas cortantes, los momentos flexionantes y las fuerzas axiales que se producen sobre el modelo estudiado cuando se somete a la acción de cargas y a unas restricciones de movimiento (sujeciones).

9. BIBLIOGRAFIA

James M. Gere, Barry J. Goodno. (2009). Mecánica de Materiales. Cengage Learning Latin America.

Randy Shih. (2014). Introduction to Finite Element Analysis Using SolidWorks Simulation 2014. SDC Publications.

Sergio Gómez González. (2010). SolidWorks Simulation. RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones.